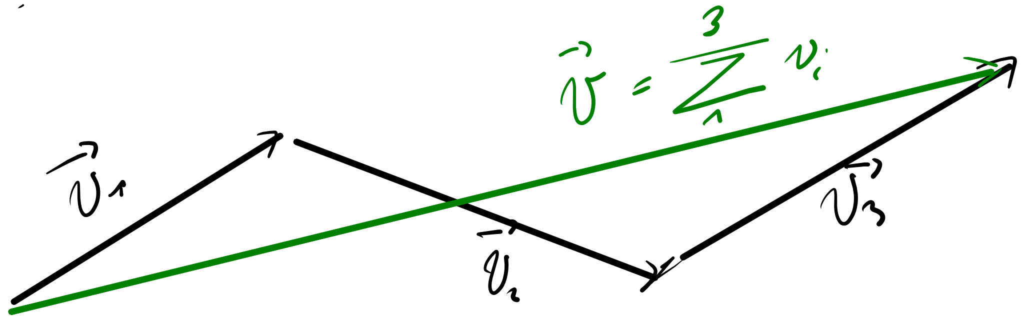
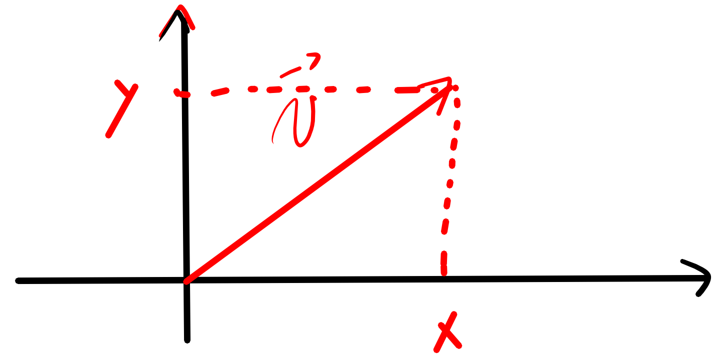
Tutorium Math 1 für BMC1 23.10.25

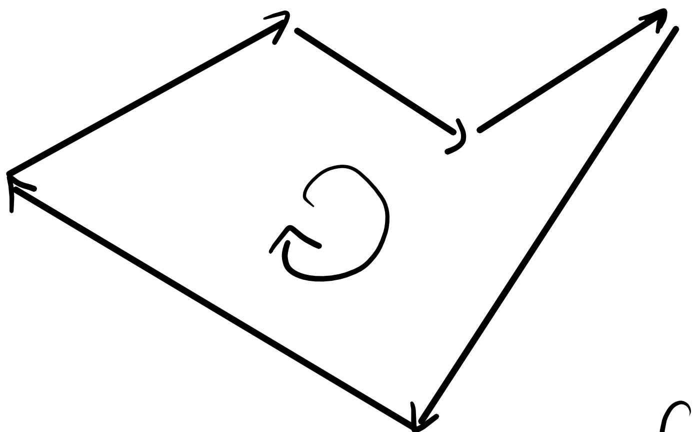
Was liegt an?

„Vektoren“





oder

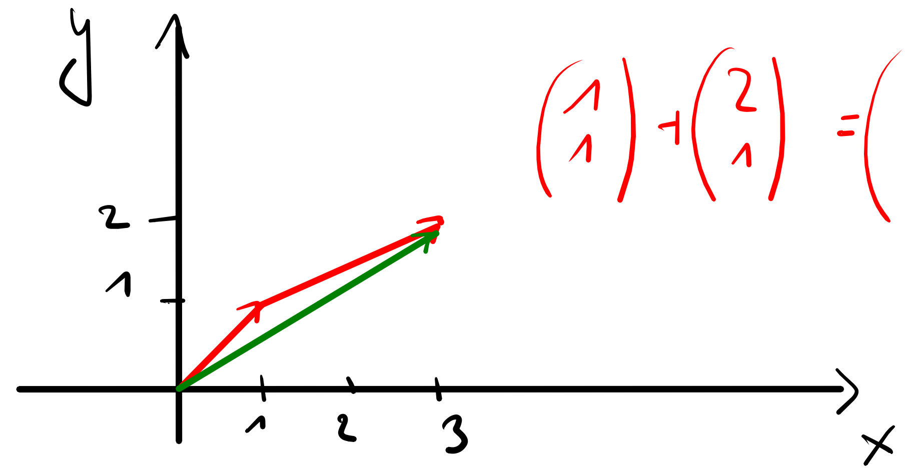


$\sum = 0$

Summe

z.B Kräfte die sich aufheben!

$$\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Produkte v. Vektoren

1) Skalarprodukt

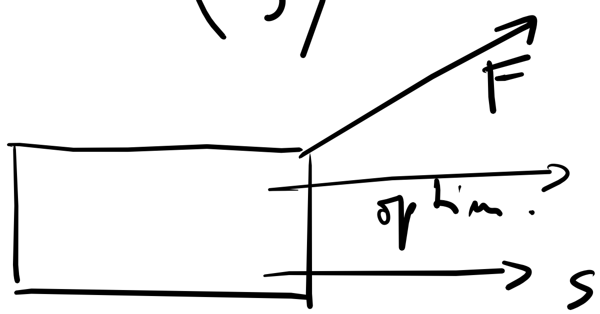
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

oder $\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \underbrace{\cos \alpha}_{\cos 90^\circ = 0}}$

dient auch als Beweis für Orthogonalität. (senkrecht stehn)

Berechnen Sie das Skalarprodukt von

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} = 1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 4 = \underline{\underline{20}}$$



$\Rightarrow \vec{F}\cdot\vec{s} = W$ (Arbeit)

2) Vektorprodukt (Ergebnis ist Vektor)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cdot \sin\alpha}$$

$$\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix} \underset{\substack{\uparrow\\ \text{Kreuz}}}{\times} \begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_2 b_3 - a_3 \cdot b_2\\ a_3 b_1 - a_1 b_3\\ a_1 b_2 - a_2 b_1\end{pmatrix}$$

oder mit Sarrus (sprich: sarrü) $\Rightarrow \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} =$

$$\begin{array}{ccccc} & + & & - & \\ e_x & e_y & e_z & e_x & e_y \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$4e_x - 0$; $2e_y - 2$; $-4e_z \Longrightarrow \begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$

Einheitsvektor in x Richtung

Beispiel: $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\4\\6\end{pmatrix} = 0$

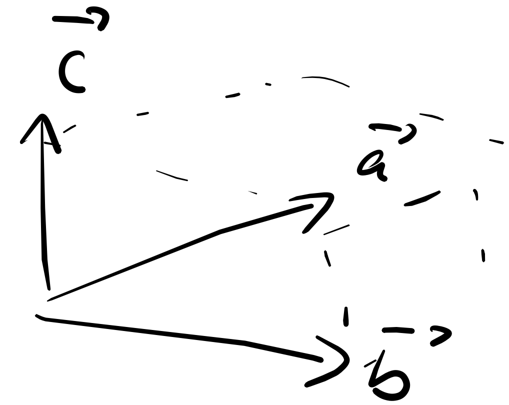
parallel

Spatprodukt:

$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ (Volumen)

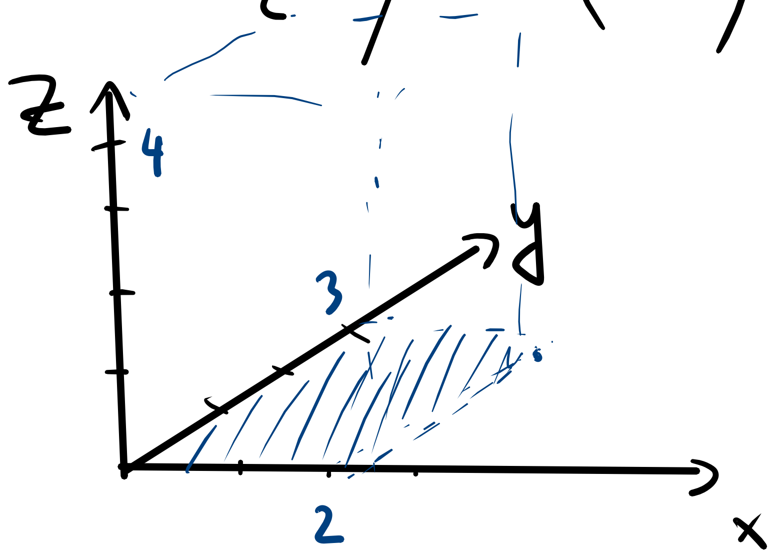
Berechnen Sie das Volumen des Spats

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} [m] \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} [m] \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} [m]$



$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 - -4 \\ -4 - 0 \\ 1 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 8 + 4 - 1 = \underline{\underline{11}} \, [m^3]$$

Einfaches Bild



$$\vec{V} = ? = \left[\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} =$$

oder $2 \cdot 3 \cdot 4 = \underline{\underline{24}}$

Binomial koeffizient:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} a^{n-k} \cdot b^k \cdot \binom{n}{k}$$

$$\Rightarrow \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

„n über k“

$6! = 6$ Fakultät $= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$6! = 720$

Lotto $\binom{49}{6} = \frac{49!}{6!\,(49-6)!} =$

T. R. Funktion

$49 \underset{\text{shift}}{\rightarrow} nCr\ 6 = 13983816$ Möglichkeiten

Wie lautet in $\left(\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{x}\right)^{18}$ der Summand ohne x

$$\binom{18}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}x^2\right)^{18}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{0} + \binom{18}{1}\left(\frac{1}{6}x^2\right)^{17}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{1} + \binom{18}{2}\left(\frac{1}{6}x^2\right)^{16}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{2} +$$

$+\binom{18}{3}\left(\frac{1}{6}x^2\right)^{15}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{3} + \dots$ probieren $\dots + \binom{18}{12}\cdot\left(\frac{1}{6}x^2\right)^{6}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{12}$!

$$\Rightarrow \underbrace{\binom{18}{12}}_{18564}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{6}\cdot\cancel{x^{12}}\cdot 2^{12}\cdot\frac{1}{\cancel{x^{12}}} = \underline{\underline{1629,76\ldots}}$$

Term ohne x