Tutorium Math 1 f. BUC 6.11.25

Rückblick Gauß - Algor. Beispiel:

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 14 \\ x - 3y &= -8 \end{aligned} \quad \Big| \cdot 2 \; \cdot 3 \ldots$$

Es ändert sich nichts wenn man:

1) Gleichungen dürfen vertauscht werden
2) " " mit Zahl multipl. werden
3) Eine Gleichung zur andern addieren, subtr.

Beispiel $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Det}} -2$

$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \underline{\underline{2}}$

umschreiben $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{G.A.}}$

$$\left.\begin{array}{cc|c} 2 & 4 & 14 \\ 1 & -3 & -8 \end{array}\right| -\frac{1}{2} \cdot \text{I. Zeile}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{cc|c} x & y & \\ 2 & 4 & 14 \\ 0 & -5 & -15 \end{array} \Rightarrow -5y = -15 \Rightarrow \underline{\underline{y = 3}} \xrightarrow{\text{Einsetzen}} 2x + 4 \cdot 3 = 14$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

$$\begin{array}{c}
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & 2 & 3 & 4 & 7 \\
0 & 1 & 0 & 7 & 2 \\
0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -2 & 1
\end{array}\right) \\
\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array}
\end{array}
= \text{Ziel des Gaußalgor.}$$

Fakultät

$x!$ oder $n!$ .... n oder x natürl. Zahlen

0 1 2 3 ...

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \qquad 5! = 120 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$$\prod_{i=1}^{5} n_i = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \cdot n_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$\prod$ Produkt

Pi wie Produkt

Beim Lotto 49! hinzu-
schreiben mühsam

$$\sum_{1}^{n=100} n = 1+2+3+\dots+100 = \frac{n\cdot(n+1)}{2} = \frac{100\cdot 101}{2} = 5050$$

Sigma wie Summe

bis 3 $= 1+2+3 = 6$

$$\frac{3\cdot 4}{2} = 6$$

Sauber: $\sum_{i=1}^{n} x_i$

$$\sum_{k=1}^{5}\sum_{n=1}^{3} n\cdot k = \sum_{k=1}^{5} k\cdot 1 + k\cdot 2 + k\cdot 3 = \sum_{k=1}^{5} 6k = 6\cdot\sum_{k=1}^{5} k$$

$$= 6(1+2+3+4+5) = 90$$

Kommutativität von Matrizen $(\mathbb{R}: a \cdot b = b \cdot a)$

aber $\overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B} \neq \overleftrightarrow{B} \cdot \overleftrightarrow{A}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 + 4 \cdot 0 & 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \neq$$

Die Spalten einer Matrix sind die Bilder der Einheitsvektoren

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\\7\end{pmatrix}$$

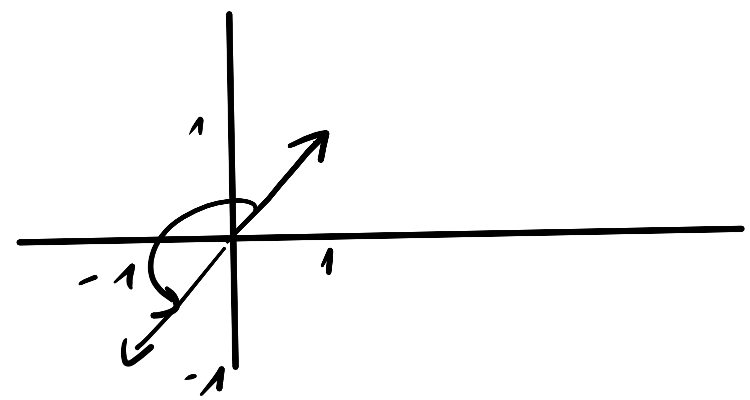
oder

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\5\\8\end{pmatrix}$$

auch für $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

Matrizen sind Abbildungen

$$\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\longrightarrow\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$$



Berechnen Sie die Eigenwerte von

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1-\lambda & -1 \\ 3 & 2-\lambda \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Det}} (1-\lambda)(2-\lambda) - (-1 \cdot 3)$$

$$2 - \lambda - 2\lambda + \lambda^2 + 3$$

$$\sqrt{-11} = \sqrt{i^2 \cdot 11} = i\sqrt{11}$$

$\lambda^2 - 3\lambda + 5 \longrightarrow$ charakt. Polynom

$$\lambda^2 - 3\lambda + 5 = 0 \Longrightarrow \frac{3 \pm \sqrt{9 - 20}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-11}}{2}$$

$$\lambda_1 = \frac{3 + i\sqrt{11}}{2} \qquad \lambda_2 = \frac{3 - i\sqrt{11}}{2}$$

Bei großen Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & 11 \end{pmatrix}$$

normalerweise ist die Determinante das Produkt der Diagonalelemente der Dreiecksmatrix

Umformungen verändern die Eigenwerte.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & - \\ 0 & \cdot & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $\left| \; \right|$ ist die Matrix $\underbrace{\text{regulär}}_{\text{Det} \neq 0}$ oder $\underbrace{\text{singulär}}_{\text{Det} = 0}$

Berechnen Sie die Determinante A

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{matrix} \quad = \cancel{1 \cdot 0 \cdot 1} + 1 + 1 + 1 = \underline{\underline{3}} \Rightarrow \text{regulär}$$

Eine Matrix hat nur eine Inverse wenn Det $\neq 0$

$(A \cdot A^{-1} = E)$ wie im Reellen $7 \cdot \frac{1}{7} = \underline{\underline{1}}$

für welche Werte $c \in \mathbb{R}$ ist $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & c \end{pmatrix}$ singulär?

Det $= 0$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & c & 1 & -1 \end{array}$$

für $\underline{\underline{c = -2}}$

für $\mathbb{R} \setminus -2$ regulär

$\underline{\text{Reelle } \underline{\underline{\text{ohne}}} -2}$