Tutorium Mathe für BMC 15.1.26

Erinnerung Trigonometrie sin / cos

$\cos(\varphi) = \sin(90+\varphi) = \sin(90-\varphi)$ Beispiel $30° \Rightarrow 0{,}866 = 0{,}866 = 0{,}866$

nicht verwechseln: $\underline{90-\varphi \neq \varphi-90}$ gilt nur bei trivialer Lösung $\varphi = 90°$

$\Rightarrow 0 = 0$

Übung:

$$10\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) - 20\cdot\cos(x) = A\cdot\sin(x+\phi)$$

$$\Rightarrow 10\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) - 20\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = A\cdot\sin(x+\phi)$$

mit $\Rightarrow \sin(-\varphi) = -\sin(\varphi)$

$$\Rightarrow 10\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) + 20\sin\left(-x-\frac{\pi}{2}\right) = A\cdot\sin(x+\phi) \quad \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow 10\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 20\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = A\cdot\sin(x+\phi)$$

mit $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos(\phi_1 - \phi_2)}$

$= \sqrt{10^2 + 20^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \cos(30 - 270)}$

$-\frac{\pi}{2} = -90^\circ = 270^\circ$

$\Rightarrow \underline{\underline{A = 17{,}32}}$

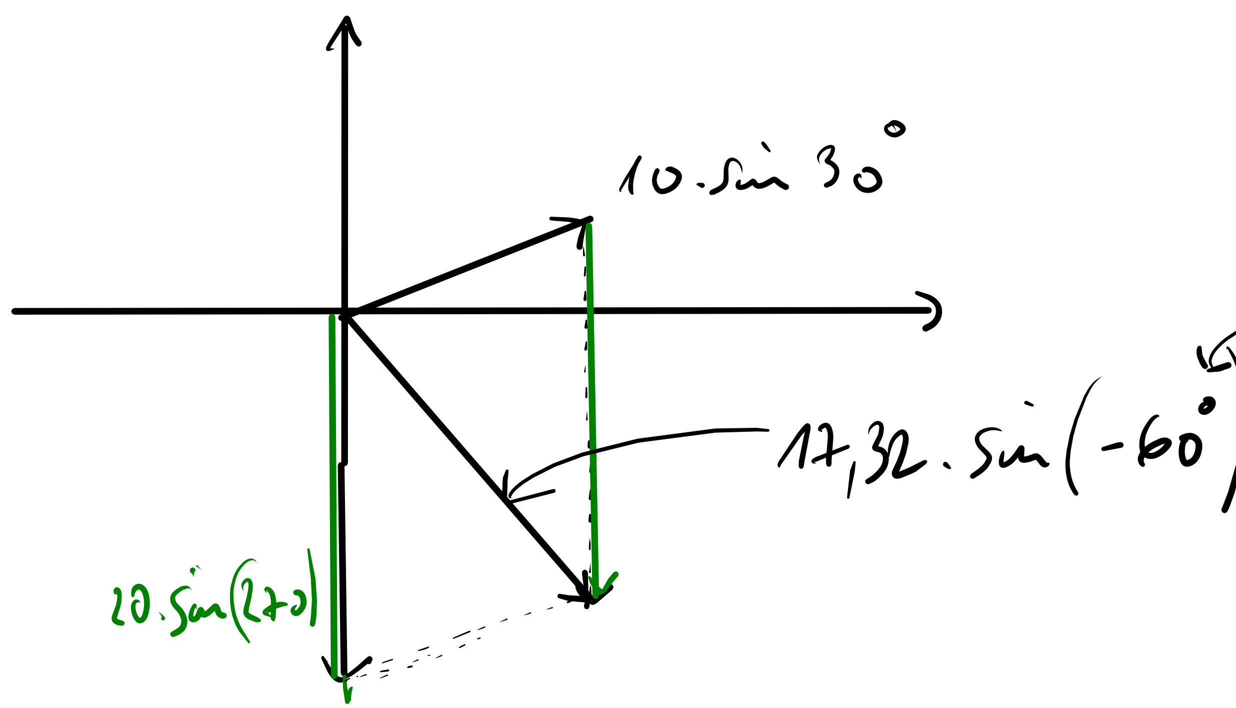
und $\tan\phi = \dfrac{A_1 \cdot \sin\phi_1 + A_2 \cdot \sin\phi_2}{A_1 \cdot \cos\phi_1 + A_2 \cdot \cos\phi_2}$

$\Rightarrow \tan\phi = \dfrac{10 \cdot \sin(30) + 20 \cdot \sin(270)}{10 \cdot \cos(30) + 20 \cdot \cos(270)} = -1{,}732 \Rightarrow \underline{\underline{-60^\circ}} = \phi$

$\Rightarrow 17{,}32 \cdot \sin(x - 60^\circ)$

Zeigendiagramm:

„graphische Lösung"



$\hat{=} +300^\circ$

$$u_1(t) = 2\cdot\sin\left(\omega\cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \qquad u_2(t) = 4\cdot\cos\left(\omega\cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$u_1 + u_2 = U\cdot\sin(\omega\cdot t + \phi)$$

$$\overset{45^\circ}{\frac{\pi}{4}} \quad \overset{90^\circ}{\frac{\pi}{2}} \quad \underline{\underline{135^\circ}}$$

$$4\cdot\sin\left(\omega\cdot t + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = 4\cdot\sin\left(\omega\cdot t + \frac{3}{4}\pi\right)$$

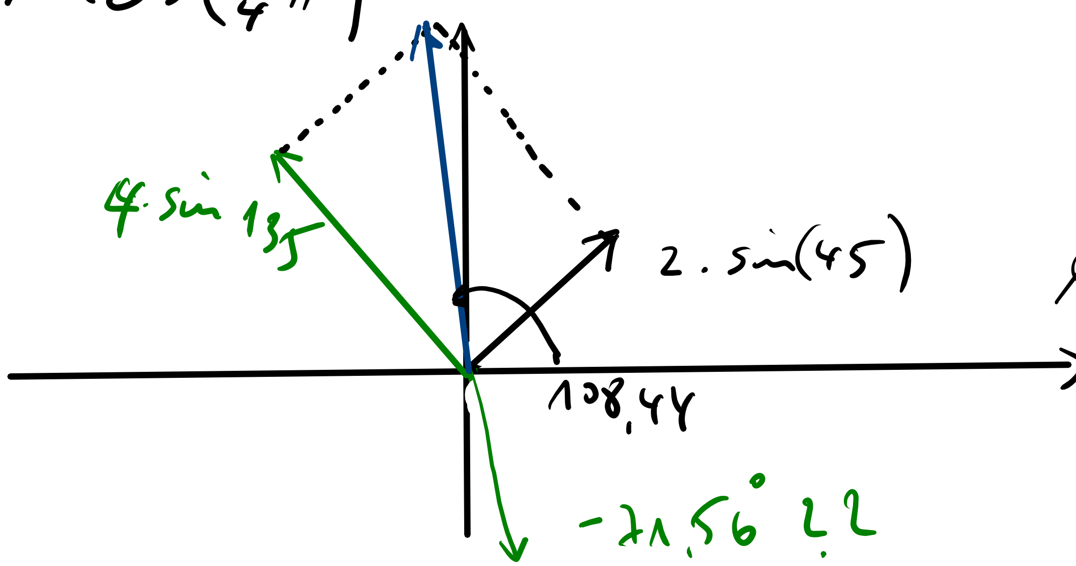
$$A = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2\cdot 2\cdot 4\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3}{4}\pi\right)}$$

$$= 4{,}47 \text{ L.E.}$$

$$\tan\phi = \frac{2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 4\cdot\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right)}{2\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + 4\cdot\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right)} \Rightarrow \phi = \arctan(\ldots) = \underline{\underline{-71{,}56^\circ}}$$

unmöglich

Zeigerdiagramm:



$$\phi = -71{,}56^\circ + 180$$

$$= 108{,}44^\circ$$

Komplexe Lösung gesucht.

$$2\cdot\sin(3t) + \underbrace{3\cdot\cos(3t+\pi)}_{3\cdot\sin\left(3t+\frac{3\pi}{2}\right)} + \sin\left(3t+\frac{\pi}{2}\right) = A\cdot\sin(3t+\varnothing)$$

270°

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= 2\cdot e^{i(3t+0)} = 2\cdot e^{i3t} \\ z_2 &= 3\,e^{i\left(3t+\frac{3\pi}{2}\right)} = 3\cdot e^{i3t}\cdot e^{i\frac{3\pi}{2}} \\ z_3 &= 1\,e^{i3t}\cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \end{aligned}\right\} t=0! \Rightarrow$$

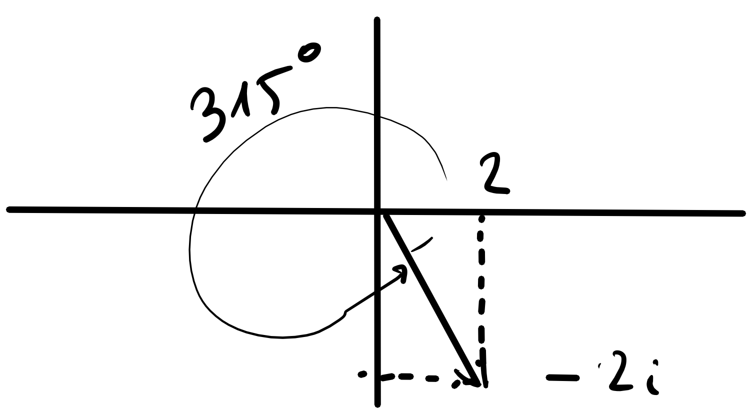
$z_1 = 2$ weil $e^0 = 1$

$$z_2 = \left(\cos\left(\tfrac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\tfrac{3\pi}{2}\right)\right) = -3i$$

$z_3 = i$

$$\sum_1^3 z = 2 - 3i + i = 2 - 2i$$

$$|z| = \sqrt{(2-2i)(2+2i)} \text{ oder } \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \mathrel{\hat{=}} A$$



$\varnothing$ über arc tan $\Rightarrow \varnothing = -\frac{\pi}{4}$

$\hat{=} -45°$

Gegeben $\overleftrightarrow{A}$ mit a und $\vec{b}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \text{DET} = -3 \cdot \left(\frac{1}{a} - 2\right) \neq 0$

wann 0? $\Rightarrow -\frac{3}{a} + 6 = 0$

$\Rightarrow \frac{3}{a} = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

eindeutig wenn $a \neq \frac{1}{2}$

a) $\text{Det } A = -3\left(\frac{1}{a} - 2\right)$

b) für welche a ist $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ eindeutig lösbar.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 & 1 \end{pmatrix} :a \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix} -\text{II} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{1}{a} - 2\right) \end{pmatrix} -2\text{I} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{1}{a} - 2\right) \end{pmatrix}$$