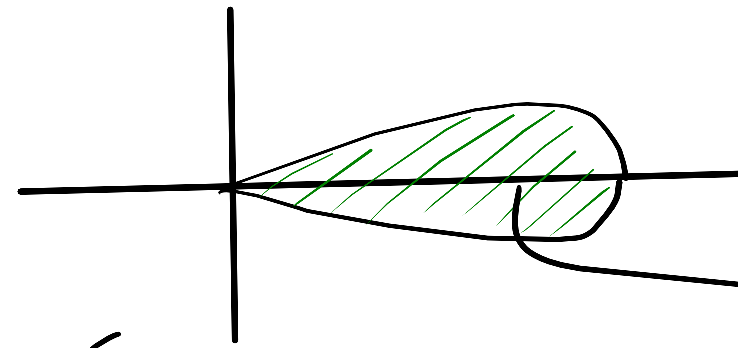
Tutorium Math. BMC 2 17.6.26

Aufg. vom letztenmal fertig:



$$r = 0 \ \dots \ 2\cdot\sqrt{\cos(3\varphi)}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{6} \ \dots \ +\frac{\pi}{6}$$

$$A = 2\cdot\int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^{2\cdot\sqrt{\cos(3\varphi)}} r\,dr = \cancel{2}\cdot\int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\left[2^2\cdot\cos(3\varphi)\right]$$

$$= 4\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(3\varphi)\,d\varphi = 4\cdot\left[\frac{1}{3}\sin(3\varphi)\right]_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{4}{3}\cdot\underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{1} = \frac{4}{3}$$

Oberhalb des in Pol-Koord. dargestellten Kreises

$r = 2 \cdot \sin\varphi \quad , \quad 0 \leq \varphi \leq \pi$ der x, y Ebene liegt die

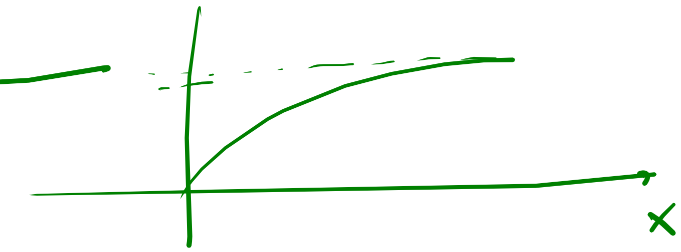
Fläche $z = \underbrace{\sqrt{x^2+y^2}}_{\hat{=}\, r}$. Berechnen Sie das Volumen des Zylinders inkl. Dach.

$r^2 = x^2 + y^2$

$$V = \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{2\cdot\sin\varphi} r \cdot r\, dr = \int_0^{\pi} d\varphi \underbrace{\int_0^{2\cdot\sin\varphi} r^2\, dr}_{\to \left[\frac{1}{3} r^3\right]_0^{2\cdot\sin\varphi} = \frac{8}{3}\cdot\sin^3(\varphi)}$$

$$\Longrightarrow V = \frac{8}{3}\int_0^{\pi} \underbrace{\sin^3(\varphi)}_{\text{Tabelle } a=1 \leftarrow 206}\, d\varphi = \frac{8}{3}\cdot\left[-\cos(\varphi) + \frac{\cos^3(\varphi)}{3}\right]_0^{\pi} = \frac{32}{9} \text{ V.E.}$$

Lösen Sie folgende DGL



$$y'' = 2y' + 8y + 24\left(1 - e^{-2x}\right)$$

$$\Longrightarrow y'' - 2y' - 8y = -24 \cdot e^{-2x} + 24 \qquad \text{(re. Seite ?)}$$

$$y_h: \; y'' - 2y' - 8y = 0 \Longrightarrow \lambda^2 - 2\lambda - 8 = 0 \Longrightarrow \underline{\lambda_1 = 4} \quad \underline{\lambda_2 = -2}$$

$$\Longrightarrow \underline{y_h = c_1 \cdot e^{4x} + c_2 \cdot e^{-2 \cdot x}}$$

$$\Longrightarrow \underline{y_p = A \cdot x \cdot e^{-2x} + B}$$

$$y_p' = A\left(e^{-2x} - 2x \cdot e^{-2x}\right) \qquad y_p'' = A\left(-4 \cdot e^{-2x} + 4x \cdot e^{-2x}\right)$$

$$= -A \cdot 4 e^{-2x} + 4Ax\, e^{-2x} - 2\left(A \cdot \left(e^{-2x} - 2x \cdot e^{-2x}\right)\right) - 8\left(Ax \cdot e^{-2x} + B\right)$$

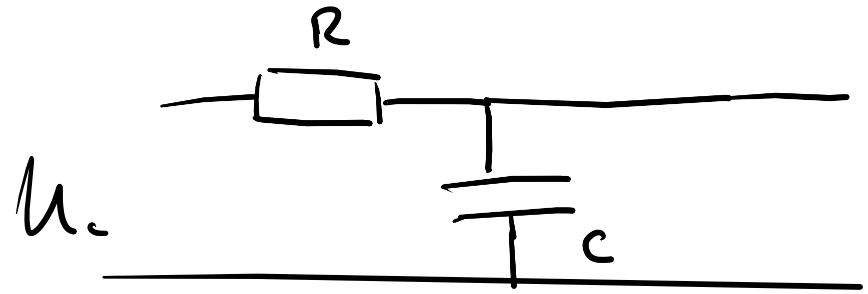
$$= -4A \cdot e^{-2x} + \cancel{4Ax} \cdot e^{-2x} - 2A \cdot e^{-2x} + \cancel{4Ax} \cdot e^{-2x} - \cancel{8Ax} \cdot e^{-2x} - 8B$$

$$-6A\, e^{-2x} - 8B = -24 \cdot e^{-2x} + 24$$

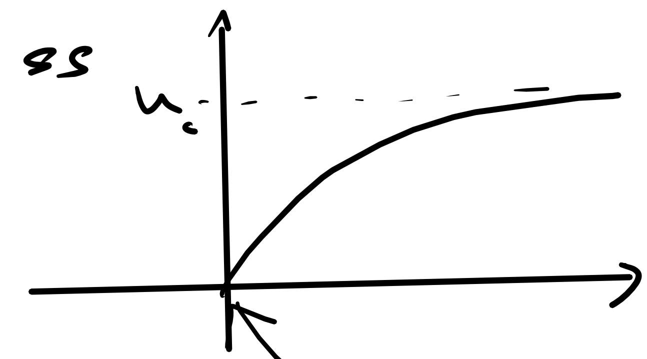
$$-6A = -24 \Rightarrow \underline{A = 4} \qquad -8B = 24 \Rightarrow \underline{B = -3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{y_p = 4x \cdot e^{-2x} - 3}} \quad + y_h(x)$$

PT_1 - Glied



Tiefpass



DGL: $T_1 \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K \cdot u(t)$

Übertragungsfunktion?

Laplace Trafo durchführen: $f(0) = 0$

$$\Longrightarrow \quad \mathcal{L}\{\dot{y}(t)\} = s \cdot Y(s) - \overset{0}{f(0)} \quad \text{(aus Liste)}$$

Komplex

Konst.

$$\Longrightarrow \quad T_1 \cdot s \cdot Y(s) + Y(s) = K \cdot U(s)$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{1}{T_1 \cdot s + 1}}_{\text{Übertr.-Fkt } G(s)} \cdot U_s$$

Gegeben ist die DGL 3. Ordnung $y + y' + y'' + y''' = 0$

sowie den Bedingungen $y''(0) = 3$ $y'(0) = 0$ $y(0) = -1$

Transf. sie dieses AWP mittels Laplace Trafo:

$\mathcal{L}\, f'(t) = s \cdot F(s) - f(0)$ $\mathcal{L}\, f''(t) = s^2 \cdot F(s) - s\, f(0) - f'(0)$

$\mathcal{L}\, f''' = s^3 F(s) - s^2 \cdot f(0) - s \cdot f'(0) - f''(0)$ wähle: $s \to p$

$F \to Y$

willkürlich

$$\Rightarrow \quad Y(p) + p\cdot Y(p) - \underbrace{f(0)}_{-1} + p^2\cdot Y(p) - p\cdot \underbrace{f(0)}_{-1} - \underbrace{f'(0)}_{0} + p^3\cdot Y(p) - p^2\cdot \overbrace{f(0)}^{-1} - p\,\underbrace{f'(0)}_{0} - \underbrace{f''(0)}_{3}$$

$$Y(p) + p\cdot Y(p) + 1 + p^2 Y(p) + p + p^3 Y(p) + p^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow Y(p) + p\cdot Y(p) + p^2 Y(p) + p^3 Y(p) = -p^2 - p + 2$$

$$Y(p)\left(1 + p + p^2 + p^3\right) = -p^2 - p + 2$$

$$Y(p) = \frac{-p^2 - p + 2}{1 + p + p^2 + p^3} \;\widehat{=}\; \mathcal{L}\{DGL\} \Longrightarrow \frac{-p^2 - p + 2}{(p+1)(p^2+1)} \Rightarrow$$